

### فصل اول: منطق متضاد

**تعریف:** یک جمله خبری در صورتی یک گزاره (proposition) گفته می شود که یا راست باشد یا دروغ. نه اینکه هم راست باشد هم دروغ.

5

برای مثال عبارت «کاشان شرفی در استان اصفهان است» یک گزاره است. همچنین عبارت «کاشان بزرگترین شهر ایران است» نیز یک گزاره است. ارزش منطقی گزاره‌ی اول «درست» و ارزش گزاره‌ی دوم «غلط» است.

10

لذا عبارت «کاشان شرفی است» یک گزاره نیست. در مورد «خوب بودن» کاشان نمی توان با قطعیت نظر داد. نمی توان گفت این جمله درست است یا غلط. برای برخی از مردم کاشان شرفی است و برای بقیه ای دیگر چنین نیست. همچنین برای «خوب بودن» معیار مشخصی در دست نیست. در مورد دو مثال قبلی همه می دانند که کاشان شرفی در استان اصفهان است. بحث در این زمینه وجود ندارد. همچنین برای «بزرگترین شهر بودن» هم معیار صحت در نظر گرفته می شود. پس ارزش «کاشان بزرگترین شهر ایران است» در نظر همه مشخص است.

15

### خودآزمایی: مشخص کنید کدام یک از عبارتهای زیر گزاره هستند.

20

- (۱) حاصل  $4+2$  برابر ۷ است.
- (۲) چیلوری عزیزم؟
- (۳) هزارمین رقم اعشاری  $\sqrt{2}$ ، عدد ۳ است.
- (۴) فردوسی در اولین روز از چهلین سال زندگی اش، شرفی سرود.
- (۵) عدد  $1+2$ ، عددی اول است.

25

- (۶) بیا بروم یک قدم بزنیم.
- (۷) حاصل جمع هر دو عدد فرد، عدد زوجی است.
- (۸) پرسپولیس، سرور استقلال است.
- (۹) استقلال، سرور پرسپولیس است.

30

- (۱۰) «ما از شراد برتریم»
- (۱۱) «ما با فرهنگ ترین مردم جهان هستیم»
- (۱۲) «ما خیلی خوبیم»



### ترکیب گزاره‌ها، نقیض گزاره‌ها

فرض کنید  $p$  یک گزاره باشد. نقیض  $p$  که با  $\sim p$  نمایش داده می‌شود گزاره‌ای است که محتوای آن برعکس  $p$  است. با این تفاوت که ارزش آن خلاف ارزش  $p$  است. یعنی هرگاه  $p$  راست باشد،  $\sim p$  دروغ است و هرگاه  $p$  دروغ باشد،  $\sim p$  راست است.

مثلاً اگر  $p$  گزاره‌ی «کاشان بزرگترین شهر ایران است» باشد آنگاه  $\sim p$  گزاره‌ی «کاشان بزرگترین شهر ایران نیست» است.

10 **یک طرفه یا دیگری:** برای نقیض کردن یک گزاره، یک راه این است که به ابتدای گزاره‌ی مذکور، عبارت «چنین نیست که» را قرار دهید و بعد نتیجه را بنویسید. مثلاً نقیض گزاره‌ی «کاشان بزرگترین شهر ایران است» را چنین می‌نویسیم: «چنین نیست که کاشان بزرگترین شهر ایران است» و از این جهت نتیجه‌ی گیریم که «کاشان بزرگترین شهر ایران نیست». برقی از دانشجوین نقیض گزاره‌ی فوق را چنین می‌نویسند: کاشان کوچکترین شهر ایران است. 15

که غلط است.

19 **عنادگداری:** اگر ارزش گزاره‌ای درست باشد، از حرف T برای نشان دادن ارزش آن استفاده می‌کنیم. ارزش گزاره‌ای غلط را با حرف F نمایش می‌دهیم. چون برای ارزش یک گزاره، فقط دو حالت وجود دارد، بنابراین ارزش نقیض آن نیز دو حالت بیشتر ندارد. فقط ارزش آن برعکس می‌شود.

$p$	$\sim p$
T	F
F	T

25 **ترکیب عطفی دو گزاره:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند گزاره‌ی ترکیبی « $p$  و  $q$ » را با  $p \wedge q$  نمایش می‌دهیم. ارزش این گزاره‌ی ترکیبی فقط در زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند.

$p$	$q$	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

مثلاً ارزش گزاره‌ی ترکیبی «۲۴ عدد زوج است و

توران پایتخت ازبکستان است» غلط است.

30 زیرا یکی از گزاره‌ها درست نیست.



«یاسی شمول» اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، ترکیب یاسی شمول آنها که با  $p \vee q$  نمایش داده می شود، و « $p$  یا  $q$ » خوانده می شود گزاره ای است که ارزش آن فقط در فضا زمانی غلط است که هر دو گزاره غلط باشند.

	$p$	$q$	$p \vee q$
	T	T	T
5	T	F	T
	F	T	T
	F	F	F

مثلاً ارزش گزاره ترکیبی « $24$  عددی زوج است یا بخوران یا بیست از یکتازان است» درست است. زیرا حداقل یکی از گزاره ها درست است.

هنداره یاسی شمول را با «یاسی مانع جمع» که در عباره ای روزانه به کاری رود اشتباه ننگرد. در عبارت «من آخر هفته به اصفهان یا بخوران سفر خواهم کرد» یاسی مانع جمع به کار رفته است. یعنی من به یکی از این دو شهر سفر خواهم کرد و نه هر دو. اما در عبارت «من مدرک کارشناس ارشد یا دکترا خواهم گرفت» یاسی شمول به کار رفته است. یعنی امکان هر دو مدرک هم وجود دارد.

هم ارزی گزاره ها

دو گزاره را زمانی هم ارز منطقی گوئیم که ارزش منطقی یکسانی داشته باشند. مثلاً اگر  $p$  یک گزاره دلخواه باشد، ارزش آن با  $\sim(\sim p)$  به یکی است. در این حالت می نویسیم

$p \equiv \sim(\sim p)$

	$p$	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
	T	F	T
	F	T	F

خودآزمایی: با استفاده از جدول ارزش گزاره ها، نشان دهید:

ا)  $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$  (ج)  $p \wedge p \equiv p$

ب)  $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$  (د)  $p \vee p \equiv p$

خواص ایت و ب را قوانین مورگان، و خواص ج و د را قوانین خودآزمایی گوئید.

هم ارزی یاسی  $p \wedge q \equiv q \wedge p$  و  $p \vee q \equiv q \vee p$  نیز به سادگی با استفاده از جدول ارزش گزاره ها قابل اثبات است.